

横截面圆角对少片变截面板簧力学特性的影响

宋霁勃¹, 李彦虎², 路永婕³, 张琳傲¹

(1. 石家庄铁道大学 机械工程学院, 河北 石家庄 050043; 2. 石家庄职业技术学院 机电工程系, 河北 石家庄 050081; 3. 石家庄铁道大学 省部共建交通工程结构力学行为与系统安全国家重点实验室, 河北 石家庄 050043)

摘要: CAE 技术对钢板弹簧的建模仿真在优化结构强度、整体刚度和提高设计效率方面具有重要价值。为了更精准地描述少片变截面板簧的力学特性, 首先, 通过 Matlab 计算板簧上表面的曲率, 拟合下表面廓形的多项式, 运用 SolidWorks 建立了包含完整圆角和无圆角板簧三维实体模型; 然后, 在 ANSYS 中进行了板簧静力学仿真分析; 最后, 通过台架试验进行验证。结果表明, 考虑横截面圆角的板簧模型与实际情况更为接近, 最大位移和应力仿真数据与试验数据相对误差仅为 1.19% 和 0.154%。整个过程综合了台架试验和 CAE 技术的优点, 证明了横截面圆角在仿真建模中的重要性, 为钢板弹簧的结构设计提供参考。

关键词: 变截面板簧; 有限元分析; 静载试验; 曲线拟合

中图分类号: TH135 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-0373(2025)01-0112-07

0 引言

钢板弹簧是汽车悬架系统中一种传统且关键的弹性元件, 在载重不是很大的轻中型汽车上, 常使用少片变截面钢板弹簧。在车辆的行驶过程中, 钢板弹簧往往面临复杂的力学环境, 对于钢板弹簧的设计和分析而言, 准确掌握其力学行为是十分重要的。目前对已有钢板弹簧的疲劳特性、刚度、应力分布等力学特性的分析主要有物理试验和计算机辅助工程(Computer-Aided Engineering, CAE)技术 2 种方法, 它们适用不同的研究需求^[1]。

国内外的研究人员使用 CAE 技术和物理试验对钢板弹簧进行了许多研究。吴娜等^[2]使用 ANSYS 对少片变截面钢板弹簧进行了静载荷、模态分析, 为少片簧的设计开发提供了可靠的数据支持。杨曼云等^[3]将 CAE 技术引入了少片变截面板簧的设计研发流程中, 提高了设计的精确性, 节省了开发费用。叶南海等^[4]通过 ANSYS 的接触非线性功能, 探究了不同摩擦系数对板簧应力分布、刚度特性的影响。BHATT et al^[5]使用 SolidWorks 和 ANSYS 对板簧进行建模和仿真分析, 探究不同材料板簧的力学特性。KURNIAWAN et al^[6]使用 SolidWorks 建立了 3 种类型的板簧模型, 并在 ANSYS 中分析比较了等效应力、疲劳寿命等特性的差异。但大多数研究的仿真分析都忽略了横截面圆角对结果的影响, 为了更精确地描述板簧的力学特性, 优化板簧的结构, 精细地考虑横截面真实形状是有必要的。

综上所述, 针对少片变截面钢板弹簧, 建立某根部加强型变截面板簧三维实体模型; 在此基础上建立了考虑板簧横截面实际形状的有限元模型, 并进行静力学仿真分析; 将结果与试验所得数据进行对比, 验证文献[7]中板簧建模方法的有效性, 探讨板簧横截面圆角对刚度等力学特性的影响。

1 变截面板簧几何轮廓的构建

1.1 板簧几何模型的基本描述

某单片根部加强型变截面板簧的实物如图 1 所示, 它由根部平直段、斜线段、抛物线段、端部平直段 4 部分组成。



图 1 板簧实物

收稿日期: 2024-07-28 责任编辑: 车轩玉 DOI: 10.13319/j.cnki.sjztdxzb.20240195

基金项目: 国家自然科学基金(12072204)

作者简介: 宋霁勃(2000—), 男, 硕士研究生, 研究方向为多体动力学。E-mail: 1327757386@qq.com

宋霁勃, 李彦虎, 路永婕, 等. 横截面圆角对少片变截面板簧力学特性的影响[J]. 石家庄铁道大学学报(自然科学版), 2025, 38(1): 112-118.

为了简化问题,将板簧左右视为完全对称,因此对其进行几何轮廓建模的时候仅取板簧的右半边,其几何廓形模型如图 2 所示^[8]。

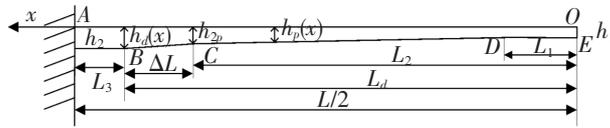


图 2 板簧几何模型

图 2 中,板簧长度为 L ;根部平直段长度为 L_3 、厚度为 h_2 ;斜线段长度为 ΔL 、厚度为 $h_d(x)$;抛物线段长度为 L_2 、厚度为 $h_p(x)$;斜线段与抛物线段交界处的厚度为 h_{2p} ;端部平直段长度为 L_1 、厚度为 h_1 。以板簧上表面右端点为坐标原点 O ,水平向左为 x 轴^[8]。

1.2 板簧表面廓形的解析解

根据少片变截面钢板弹簧几何模型和加工时对板簧的处理,若使用 SolidWorks 建立钢板弹簧的三维实体模型,首先需要确定板簧上下表面的廓形。

1.2.1 板簧上表面廓形的确定

板簧上表面在折弯处理之后除根部平直段保持直线之外,其余部分变成了一段圆弧,具有相同的曲率,其表面廓形如图 3 所示, O 为曲率圆圆心, R 为曲率圆半径,直线段 O_1A_1 为根部平直段上表面线段,直线段 O_2A_2 为根部平直段下表面线段,曲线段 A_1B_1 为除根部平直段外的上表面曲线,曲线段 A_2B_2 为除根部平直段外的下表面曲线^[7]。

由图 3 可得板簧的曲率计算方程

$$R\theta = \widehat{A_1B_1} \tag{1}$$

$$R^2 - (R - H)^2 = (R \sin \theta)^2 \tag{2}$$

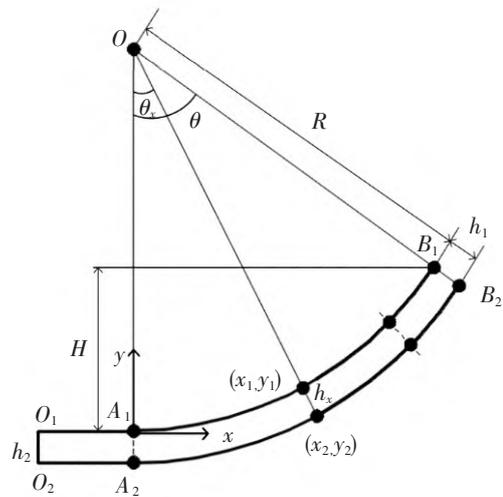


图 3 板簧表面廓形

式中, $\widehat{A_1B_1}$ 为曲线 A_1B_1 的长度。

基于 Matlab 求解板簧上表面的曲率半径,首先列出计算板簧曲率的非线性方程组,然后调用 fsolve 函数对非线性方程组进行求解,通过设定不同的初始猜测值范围可以得到不同的解,在得到的不同解中,选择符合真实情况的解,由此得到板簧上表面的曲率。

1.2.2 板簧下表面廓形的确定

选取点 A_1 作为坐标原点,在曲线段 A_2B_2 上任意选取一点 (x_2, y_2) ,曲率圆圆心与点 (x_2, y_2) 的连线与曲线段 A_1B_1 相交于点 (x_1, y_1) 。点 (x_1, y_1) 与点 (x_2, y_2) 之间的连线距离定义为 h_x ,这代表了该位置的板簧厚度。通过引入角度 θ 来建立点 (x_1, y_1) 与点 (x_2, y_2) 之间的映射关系

$$x_2 = x_1 + h_x \sin \theta_x \tag{3}$$

$$y_2 = y_1 - h_x \cos \theta_x \tag{4}$$

式中, θ_x 为点 (x_1, y_1) 和圆心 O 的连线与垂线 OA_1 的夹角^[7]。

图 1 变截面板簧的参数如表 1 所示。

表 1 板簧参数

参数		mm	
参数	取值	参数	取值
板簧长度 L	1 850	曲率半径 R	3 240
端部平直段厚度 h_1	40	端部平直段长度 L_1	125
根部平直段厚度 h_2	20	根部平直段长度 L_3	90
抛物线段长度	430	片宽	89

1.3 板簧表面廓形的数值拟合

基于 Matlab 得到板簧下表面一系列点的坐标。首先,求得板簧上表面曲线 A_1B_1 上一系列点的坐标、每个点对应的板簧厚度 h_x 及 θ_x ,并将结果存入文本中;然后,根据文本中的数值计算得到板簧下表面曲线 A_2B_2 上一系列点的坐标,并将 x 坐标和 y 坐标分别存入 2 个不同的文本。

将得到的存放 x 坐标和 y 坐标的文本导入 Matlab 曲线拟合 app,进行八次多项式曲线拟合。

下表面 A_2B_2 曲线多项式表达式为

$$y = -5.4548 \times 10^{-21}x^8 + 1.8668 \times 10^{-17}x^7 - 2.2539 \times 10^{-14}x^6 + 1.1222 \times 10^{-11}x^5 - 1.7261 \times 10^{-9}x^4 - 5.6828 \times 10^{-8}x^3 - 3.1963 \times 10^{-5}x^2 + 8.3165 \times 10^{-2}x - 40.2509 \quad (0 \text{ mm} \leq x \leq 830.885 \text{ mm}) \quad (5)$$

变截面板簧的下表面廓形拟合结果如图 4 所示。拟合廓形的 SSE(平方和误差)为 14.23, RMSE(均方根误差)为 0.2992, R^2 (决定系数)为 0.9999, 调整后的 R^2 也为 0.9999。这些指标表明本文的模型与实际数据的拟合精度较好。

为了在有限元软件中进行变形特性的分析,根据上述的板簧几何非线性的廓形,在 SolidWorks 中建立板簧三维实体模型,考虑到卷耳对板簧的实际刚度、应力状况影响不大,建模时忽略了两端的卷耳^[9]。

板簧三维模型如图 5 所示。

为了减少钢板弹簧在实际工作时集中应力的产生,减少磨损,提高耐久度,在板簧加工时通常会对棱线进行圆角处理,因此矩形并非板簧横截面真实形状,大部分板簧横截面两端实际形状为圆弧形^[10],如图 6 所示。

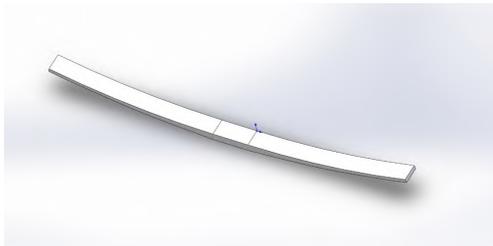


图 5 板簧三维模型

根据文献[11]对板簧横截面形状的规定,厚度大于 20 mm、小于等于 35 mm 的板簧,其圆角半径与板簧厚度之比为 1/2,即横截面两端为半圆形圆弧。本文所涉及的单片根部加强型变厚度板簧,其厚度范围为 20 ~ 40 mm,其中厚度大于 35 mm 的部分长度约为 150 mm。为简化计算,假设整个板簧模型的圆角半径均为厚度的一半,并在模型中对圆角进行了完整体现,如图 7 所示。

将建好的板簧模型保存为 *.X_T 格式,并导入 ANSYS WorkBench。

2 板簧仿真分析

2.1 材料属性

钢板弹簧使用的材料为 52CrMoV4,打开 ANSYS Workbench 2020 R2^[12],选择 Static Structural,点击 Engineering Data 设置材料属性,钢板弹簧密度 ρ 为 $7.87 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ 、杨氏模量 E 为 $2.05 \times 10^5 \text{ MPa}$ 、泊松比 ν 为 0.3。

2.2 网格划分

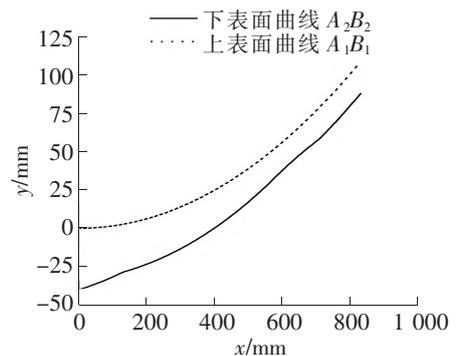


图 4 板簧下表面廓形拟合结果

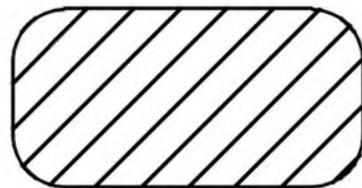


图 6 板簧横截面形状

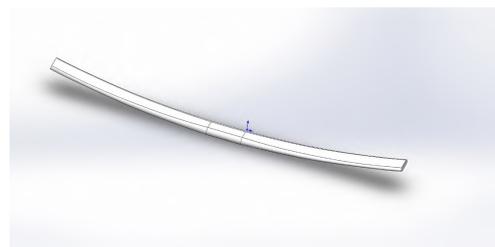


图 7 完整圆角板簧三维模型

为了避免在板簧两侧完整圆角处网格划分失败,选择划分的单元类型为 SOLID187,该单元是 ANSYS 软件中的一种三维 10 节点四面体单元,单元有 10 个节点,每个节点有 3 个自由度,即沿 x 、 y 和 z 方向的平移。该单元是四面体形状,这意味着它可以很好地适应复杂的几何形状,尤其是在曲面或不规则形状的区域。SOLID187 支持自适应网格划分,可以在分析过程中自动细化网格以提高精度,也支持大变形和非线性行为。

设置单元大小为 5 mm,单元阶次选择二阶,网格过渡选择慢速,生成网格后检查网格质量。板簧网格局部如图 8 所示,生成的网格数量为 280 035,节点数为 408 812。

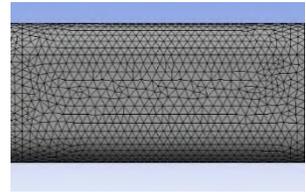


图 8 网格局部放大图

2.3 边界条件

板簧模型所处的三维坐标系中, x 轴与钢板弹簧的长度方向平行, y 轴正向垂直向下, z 轴与钢板弹簧的宽度方向平行,给板簧上表面一侧的端部曲线施加固定端约束,另一侧设置为只可沿 x 轴方向自由变化。

2.4 施加载荷

为了获得仿真过程中板簧位移、应力随载荷的变化情况,以分步加载的方式施加载荷,将载荷施加在下表面左右中心距 100 mm 处的标记线上,加载和卸载过程都分为 10 个载荷步,以表格数据形式设置载荷数值,载荷从 0 开始逐渐加至最大值 57 kN,再从最大载荷逐渐卸载至 0。板簧在实际工作情况下受到力会发生大变形,因此要打开分析设置中的大变形开关。

3 试验验证对比

3.1 基于有限元的板簧变形特征分析

在对模型完成前处理之后,在 solution 中选择 Total Deformation 和 Equivalent Stress,开始运行求解,得到的分析结果如图 9 所示。

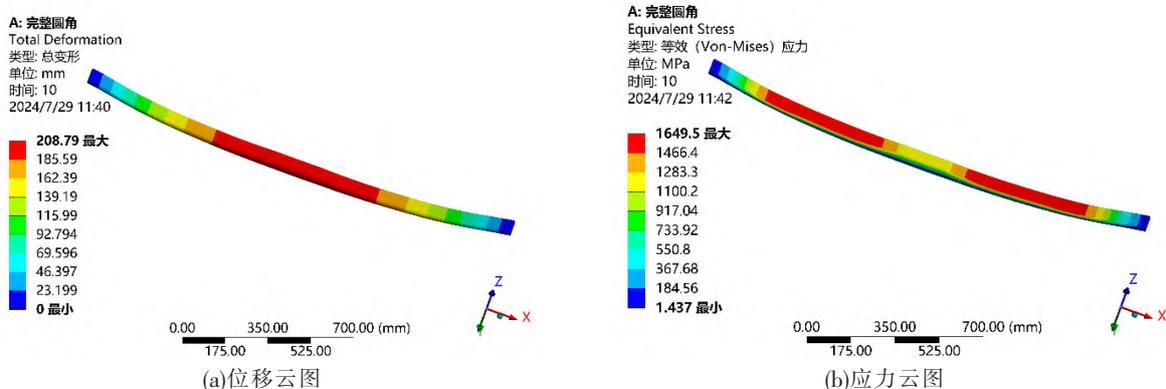


图 9 完整圆角板簧分析结果

在 solution 工具栏中选择 probe 工具来提取板簧中心距 250 mm 处中点的 Stress。无圆角板簧模型仿真分析过程同上,其分析结果如图 10 所示。

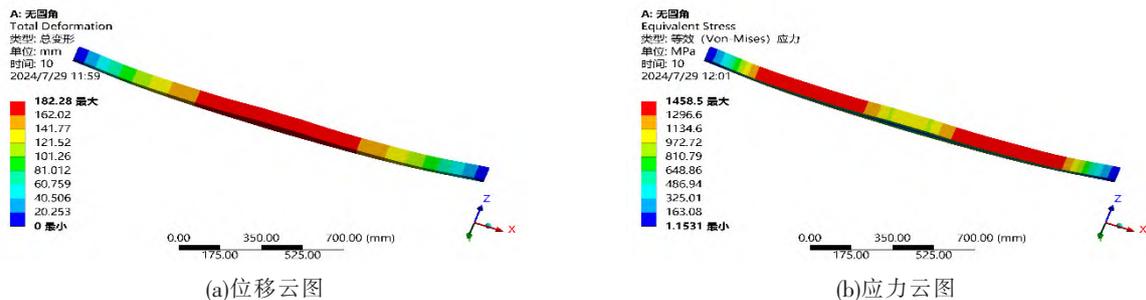


图 10 无圆角板簧分析结果

由图 9、图 10 可知,位移最大值位于板簧的中间部分,应力的最大值位于板簧受力处的两侧;完整圆角和无圆角板簧的位移、应力结果在数值上的差距是比较大的。

3.2 板簧力学特性试验

对该单片根部加强型变截面板簧进行静载荷试验,试验设备为钢板弹簧静刚度试验机 TPW-100 型,试验机如图 11 所示。在进行试验之前,将应变片贴在板簧左右中心距 250 mm 处的中点上。

试验过程:将板簧支承在试验机上并固定夹持,在板簧两端安置红色防护罩,在控制端显示屏设定试验机施加的最大载荷,启动试验机,机器对板簧从 0 开始缓慢地、连续地施加载荷,直到最大载荷 57 kN,然后逐渐缓慢连续地卸载,直到载荷为 0,通过试验机仪器测量机构记录板簧试验力、位移等数据,控制端显示屏可以直接显示并输出相应试验数据以及图像,加载过程的示意图如图 12 所示。



图 11 板簧试验机



图 12 板簧试验机加载过程示意图

3.3 仿真与试验对比

将仿真与试验的加载-卸载过程数据进行比对,结果如图 13 所示,力学特性的对比结果如表 2 所示,其中仿真曲线的加载路径和卸载路径重合。

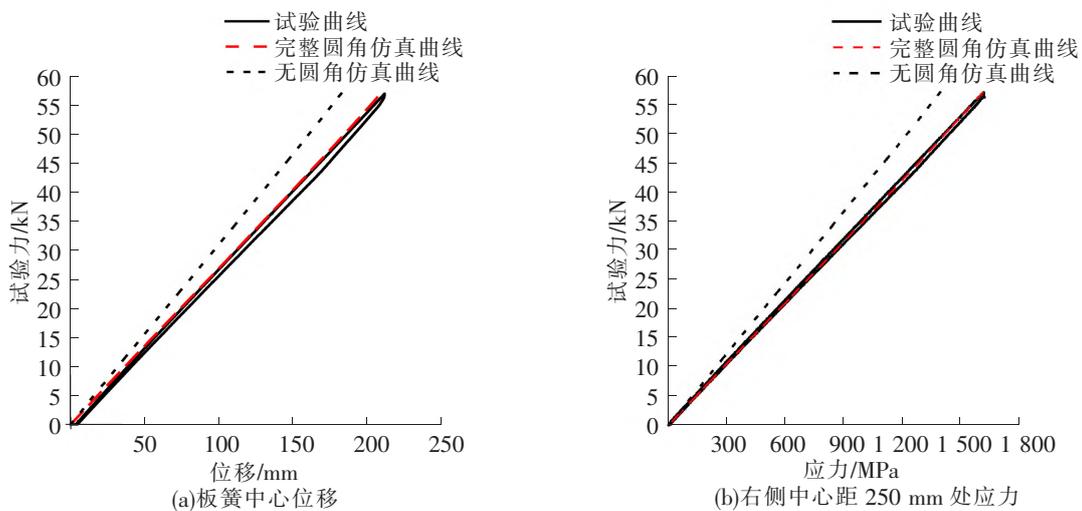


图 13 数据对比结果

表 2 力学特性对比结果

对象	最大载荷下的位移/mm	最大载荷下的应力/MPa
实验板簧	211.315	1 614.99
具有完整圆角的板簧模型	208.790	1 612.50
无圆角的板簧模型	182.280	1 393.00

由图 13 和表 2 可知,当载荷施加到最大值 57 kN 时,具有完整圆角和无圆角的板簧模型位移仿真结果与试验结果相对误差分别为 1.19% 和 13.74%,应力仿真结果与试验结果相对误差分别为 0.154% 和 13.750%。对比结果表明,具有完整圆角的钢板弹簧模型与实际情况更加吻合,建立板簧的三维模型时,

考虑横截面真实情况能更准确地反映板簧的位移和应力情况。

4 结论

建立了完整圆角板簧和无圆角板簧的 2 种三维实体模型,使用台架试验来验证模型的精确性。对比发现,具有完整圆角的单片板簧模型的位移和应力仿真结果与试验结果的相对误差仅为 1.19% 和 0.154%,与板簧真实情况的力学特性十分吻合;而无圆角的单片板簧模型仿真数据与试验数据相对误差为 13.74% 和 13.750%。

这一发现明确表明,横截面圆角在板簧的仿真分析中具有重要影响,考虑横截面圆角的模型能够更准确地反映板簧的实际力学特性,从而提高仿真结果的可靠性和精度,忽略横截面圆角则可能导致对板簧刚度和位移响应的错误估计,进而影响工程设计和性能预测的准确性。通过仿真与试验的对比,验证了建模方法的准确性,并强调了在板簧设计和仿真分析中考虑横截面几何细节的重要性,这不仅有助于提高仿真模型的精度,而且有助于降低试验成本,节省试验时间,提高工程设计的效率和可靠性。

参 考 文 献

- [1] 陈为欢,熊伟,辛建伟,等. 汽车钢板弹簧 CAE 仿真分析与台架试验对标研究[J]. 机械强度,2023,45(4):845-849.
- [2] 吴娜,张士强. 少片变截面钢板弹簧的有限元分析[J]. 科学技术与工程,2012,12(34):9435-9438.
- [3] 杨曼云,张岩晖,张中华,等. 有限元分析技术在车用少片变截面钢板弹簧研发中的应用[J]. 机电产品开发与创新,2013,26(1):96-98.
- [4] 叶南海,王利,闫彩伟,等. 不同摩擦系数的少片变截面钢板弹簧性能分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2015,42(8):29-33.
- [5] BHATT D C, NADARAJAN M, BALAJI R, et al. Leaf spring model for heavy load vehicle using solid works and ANSYS analysis[J]. Materials Today: Proceedings,2020,33(7):4764-4770.
- [6] KURNIAWAN P, ANDOKO A, SUNU PW. Leaf spring type simulation with finite element method approach [C/OL]//IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Bristol: IOP Publishing,2021,1034(1):012015 [2024-07-28]. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/1034/1/012015/meta>.
- [7] 杨林,于曰伟,周长城,等. 叶片曲率对少片变截面钢板弹簧力学特性的影响[J]. 汽车技术,2021(7):38-45.
- [8] 王凤娟,周长城,于曰伟,等. 少片根部加强型抛物线板簧的刚度与应力解析计算[J]. 山东理工大学学报(自然科学版),2019,33(1):45-50.
- [9] 丁华,肖廉明,朱茂桃. 少片钢板弹簧力学特性有限元分析[J]. 汽车工程,2009,31(9):864-866.
- [10] 梁宇通,张云山,周长城,等. 基于 Qt GUI 多片等厚叠加强钢板弹簧关键参数设计及仿真分析软件开发[J]. 现代电子技术,2021,44(3):145-148.
- [11] 张英会,刘辉航,王德成. 弹簧手册[M]. 北京:机械工业出版社,2017.
- [12] 陈艳霞. ANSYS Workbench 2020 有限元分析从入门到精通[M]. 北京:电子工业出版社,2020.

Influence of Cross-sectional Rounded Corners on Mechanical Properties of Fewer-leaf Variable Cross-section Leaf Springs

SONG Jibo¹, LI Yanhu², LU Yongjie³, ZHANG Lin'ao¹

- (1. School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;
2. Department of Mechanical and Electrical Engineering, Shijiazhuang College of Applied Technology, Shijiazhuang 050081, China;
3. State Key Laboratory of Mechanical Behavior and System Safety of Traffic Engineering Structures, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: The application of CAE technology in the modeling and simulation of leaf springs holds significant value in optimizing structural strength, overall stiffness, and enhancing design efficiency. To more precisely de-

scribe the mechanical properties of fewer-leaf variable cross-section leaf springs, the curvature of the upper surface was first calculated using Matlab, and a polynomial for the contour of the lower surface was fitted. Three-dimensional solid models of the leaf spring, both with and without rounded corners, were then established using SolidWorks. Subsequently, static simulation analysis of the leaf spring was conducted in ANSYS. Finally, the results were validated through bench tests. The results show that the leaf spring model considering cross-sectional rounded corners was closer to actual conditions, with the maximum displacement and stress simulation data showing relative errors of only 1.19% and 0.154% compared to experimental data. The entire process integrated the advantages of bench tests and CAE technology, demonstrating the importance of cross-sectional rounded corners in simulation modeling and providing a reference for the structural design of leaf springs.

Key words: variable cross-section leaf spring; finite element analysis; static load test; curve fitting

~~~~~  
(上接第 111 页)

## High-precision Parameter Identification Method Based on Complex Mechanical Model of MR Damper

LIU Xiaohang, WU Qiong, NIU Zaibo, GUO Jin

(School of Civil Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

**Abstract:** Due to the mechanical properties of magnetorheological dampers (MRD), some parameters in the model are inevitably related to the current. These parameters are numerous, interrelated and complex, making precise identification challenging. To address this issue, this paper proposed a step-by-step progressive parameter identification method, which enhances the accuracy of identifying current-related parameters through gradual identification and optimization. On the basis of using genetic algorithm to identify MRD model parameters, this study further utilized the One-At-A-Time (OAAT) sensitivity analysis method for sensitivity analysis. By evaluating the sensitivity and physical significance of each parameter, the model parameters are optimized sequentially. A polynomial regression method was then employed to fit the relationship between the parameters and the current, with the coefficient of determination ( $R^2$ ) used to evaluate the fitting effect of the regression model. The results show that the  $R^2$  values of the parameters obtained by using the step-by-step progressive identification method all exceed 98%, significantly improving the accuracy of parameter identification. Numerical simulations of the final identified parameters were performed and compared with the results of random excitation experiments to verify the accuracy of the identification results. The findings indicate that the phenomenological model simulation results obtained through the step-by-step progressive identification method are highly consistent with the experimental data (fitnessall = 0.0015), provides valuable reference for similar research.

**Key words:** MR damper; phenomenological model; genetic algorithm; parameter sensitivity; OAAT method; parameter identification